

**LICEO CLASSICO STATALE "G. ZANELLA" – SCHIO (VI)
ANNO SCOLASTICO 2004 – 2005**

Pitagora, la scuola pitagorica e l'influsso nella scienza

Docenti coinvolti

prof.ssa A. Lista (matematica) – M.L. Nofrate (filosofia e storia)

Discipline coinvolte

matematica, filosofia

Classi coinvolte

IV ginnasio B

I liceo classico

Matematica

Filosofia

IL RAPPORTO TRA SCIENZA MATEMATICA E SCIENZE FISICHE

Docenti coinvolti

prof.ssa A. Lista (matematica) – M.L. Nofrate (filosofia e storia)

Discipline coinvolte

matematica, filosofia, storia, astronomia

Classi coinvolte

IV ginnasio B; I liceo classico

[PROGRAMMAZIONE](#)

[DEL LAVORO](#)

[SCHEMA DEI CONTENUTI](#)

[ED ESERCIZI](#)



PROGRAMMA DI LAVORO

Finalità: **1. Educative**

1a. Attraverso lezioni di co-docenza, nelle quali le due insegnanti collaborano, interagendo vicendevolmente nell'attività di insegnamento- apprendimento, dialogando con gli studenti e tra di esse, per far apprezzare alle classi coinvolte un modello educativo diverso da quello solito dell'insegnante

unico. La modalità scelta si propone di veicolare un messaggio educativo che, servendosi dei contenuti proposti, evidenzia innanzitutto il piacere del dialogo, l'importanza della crescita continua attraverso il dialogo, nonché la complessità di questo stesso nelle sue varie forme, in un modo, tuttavia, molto semplice, avvicinandosi all'esperienza che l'alunno quotidianamente trova solo in famiglia.

1b. Far apprezzare agli studenti il piacere di apprendere e di lavorare in équipe, di costruire ipotesi alternative in gruppi-laboratorio costituiti da soggetti di classi e, quindi, di età diverse

1c. Far cogliere l'unità del sapere mediante la presentazione e lo sviluppo di un unico tema attraverso varie discipline

2. Didattiche

Far conoscere i contenuti fondamentali delle concezioni matematico-astronomiche-filosofiche dei Pitagorici, di Copernico, Tycho Brahe, Keplero, Galileo e della rivoluzione astronomica in genere inserita nel proprio contesto storico-culturale

Metodologia: 1. Lezioni di co-docenza attuate:

in modo frontale

attraverso lavori di gruppo

attraverso presentazione Power Point

2. Lettura e analisi testuale di alcuni brevi documenti

3. Esercizi scritti e orali sui documenti e sui contenuti presentati

4. Auto-correzione reciproca e valutazione

Strumenti: Materiali prodotti su supporto cartaceo e multimediale

Tempi: N° 5 ore di lezione, di 50' ciascuna, 4 delle quali riservate alle presentazioni e ai lavori sui contenuti, 1 riservata alla verifica finale.



IL RAPPORTO TRA SCIENZA MATEMATICA E SCIENZE FISICO-COSMOLOGICHE DA PITAGORA ALLA RIVOLUZIONE DI GALILEO

ANASSIMANDRO: APEIRON=ETERNITA'

non – limitato
non – finito
non – misurabile
CAOS
perfetto

MONDO = TEMPO

esseri limitati
esseri finiti (particolari)
misurabile
ORDINE
imperfetto

<p>dispari infiniti perfetti (positivo)</p>	<p>pari finiti imperfetti (negativo)</p>
---	--

PITAGORA

contemporaneo di Buddha, Confucio, Lao-Tze

MATEMATICA = SCIENZA = interpretazione numerica (=misurabile) del mondo

viaggi: conobbe le culture degli Egizi, Babilonesi (?), Caldei (?)

ARCHE' = principio di tutte le cose = numero

Ogni numero è dotato di una propria individualità → non si equivalgono → c'è una GERARCHIA DI VALORE → DIMENSIONE ETICA

Corrispondenza delle figure geometriche ai numeri = aritmogeometria

Teoria “discontinuità numerica”

Armonia dell'universo = interpretabile dalla musica (armonia = annullamento degli opposti)

Inventore del termine “cosmo” = “ordine”

Metempsicosi (mito di Er nella Repubblica) → dualismo anima – corpo



FILOLAO

pitagorico: Fuoco al centro dell'universo

COPERNICO

astronomo polacco (frequentò le università di Cracovia, Bologna, Roma, Padova, laureandosi in diritto canonico, ma interessandosi sempre di filosofia, matematica, astronomia).

1543: De revolutionibus orbium caelestium: rivoluziona il sistema geocentrico aristotelico-tolemaico

Copernico era giunto alla teoria eliocentrica non tramite l'osservazione astronomica diretta ma sulla base di alcuni ragionamenti:

1. centralità/immobilità del Sole + moto dei pianeti (i pianeti si muovono da soli, per il fatto stesso di essere sferici: "la mobilità propria della sfera consiste nel ruotare in circolo" [argomento pitagorico] → le proprietà dinamiche dei pianeti risiedono già nella loro particolare figura geometrica (→ dalla matematica deduzione della fisica).
2. centralità/immobilità del Sole: il Sole ha una natura più nobile, più divina degli altri pianeti → più dignità → si deve trovare nel luogo che più si addice a questa sua funzione privilegiata: quella di rischiare il mondo.

De Revolutionibus, I, X: " In mezzo a tutti [i pianeti] sta il Sole. In effetti, chi, in questo bellissimo tempio [l'universo] potrebbe collocare questa lampada in un luogo diverso, migliore di quello da cui può illuminare tutto quanto insieme? Per questo, non a torto, alcuni lo chiamano lucerna del mondo, altri mente, altri guida... Così, certamente, il sole governa, come su un trono regale, la famiglia degli astri che gli sta intorno".



TYCHO BRAHE (1546 – 1601)

astronomo danese. Al contrario di Copernico, si impegnò nell'osservazione diretta del cielo. Elabora un sistema "intermedio" o "misto" tra quello di Tolomeo e quello di Copernico (poiché quest'ultimo presentava alcuni punti non risolti): un universo con due centri di rotazione. La Terra è immobile ed in una posizione centrale, ma attorno ad essa ruotano soltanto la Luna e il Sole. Gli altri 5 pianeti ruotano attorno a quest' ultimo.

GALILEO GALILEI (1564 – 1642)

Dialogo sui due massimi sistemi del mondo (1632) eliocentrismo.

Saggiatore (1623): la natura è scritta in lingua matematica e si devono distinguere:

- a) le qualità primarie o oggettive: proprie dei corpi, fondamentali, le uniche di effettivo rilievo scientifico perché "misurabili";
- b) le qualità secondari e o soggettive: proprie del soggetto, mutevoli, non misurabili → non scientifiche.

"L'alfabeto e il linguaggio della natura" da il Saggiatore: "La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri sono triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto..."



ESERCIZI

1) Completa le seguenti frasi:

a) Per il principio delle cose era l'acqua

b) Per Anassimandro l'Apeiron finito

c) Per i Pitagorici il principio di tutte le cose è

d) Aritmo-geometria =
.....

e) Per i Pitagorici i numeri dispari sono, mentre quelli pari sono, pertanto non tutti i numeri sono, ma ognuno è dotato di una propria individualità, non si, quindi c'è una tra i numeri stessi.

E' proprio per questo motivo che si può rintracciare nei Pitagorici una

f) Secondo il Fuoco o Sole è al centro dell'universo.



3) Individua chi può avere detto le seguenti frasi

a) La matematica è la scienza che permette l'interpretazione numerica del mondo

Talete	I babilonesi	I cinesi	I Pitagorici
Er	Anassimandro	Ippaso di Metaponto	

b) il Fuoco o Sole è al centro del cosmo

Er	Aristotele	Filolao	Tycho Brahe
Copernico	Giambico	Galileo	

c) la responsabilità di chi sceglie il proprio "daimon"

Platone	Aristotele	Er
Filolao	Pitagora	Anassimandro

d) "In un triangolo rettangolo la somma dei quadrati costruiti sui cateti equivale al quadrato costruito sull'ipotenusa"

Talete	i Babilonesi	Pitagora
i Cinesi	Buddha	Ippaso di Metaponto

e) L'universo è scritto in lingua matematica e i suoi caratteri sono triangoli, cerchi, e altre figure geometriche

Aristotele	I Pitagorici	Confucio	I Babilonesi
Tycho Brahe	Galileo	Copernico	





ISOLA DI SAMO







PITAGORA



Non conosciamo con certezza l'anno di nascita di Pitagora: secondo il calcolo degli storici moderni, basato sull'analisi dei dati lasciatici dagli antichi, esso è collocato tra il 640 e il 570 a.C. Quest'ultima data è quella che riscuote i maggiori consensi.

Il padre Mnemarco era incisore di sigilli e la madre Partenide era considerata la più bella donna di Samo.

Il nome di Pitagora significa "predetto dalla Pizia", poiché alla madre incinta fu predetto dalla Pizia, la profetessa dell'oracolo di Delfi, che avrebbe partorito un "figlio più bello e sapiente di chiunque fosse mai esistito, destinato a recare in ogni aspetto della vita grandissimo giovamento all'intero genere umano"

(Dalla *Vita pitagorica* di Giamblico).

Fin dalla sua prima infanzia fu educato alla musica, alla poesia, al disegno e all'esercizio ginnico.

Ebbe come maestri i più rinomati sapienti della Grecia, tra cui [Talete](#) (anche se tale fatto è discutibile, vista la differenza d'età) e [Anassimandro](#).

Talete "gli trasmise quanti insegnamenti poté. Poi, adducendo la sua vecchiaia e la sua debolezza, lo invitò a recarsi in Egitto e a incontrarsi soprattutto con i sacerdoti di Menfi e Diospoli [...]"

(Dalla *Vita pitagorica* di Giamblico).

Giamblico di Calcide, filosofo del III-IV secolo d.C., autore di una Silloge (raccolta) in dieci libri delle dottrine pitagoriche.



ANASSIMANDRO (610 -546 a.C.) considera come arché *l'apeiron*, cioè il non-limitato, il non-finito, il non-particolare, il non-misurabile. Definire l'arché come una cosa, quale è l'acqua, sarebbe limitare il principio; siccome tutte le cose sono limitate, il principio da cui esse derivano non potrà che essere non-limitato, *apeiron* appunto. *Apeiron* è ciò che sfugge al numero, alla misura, al limite, per cui vi sono due ordini di realtà : da un lato l'ordine dell'*apeiron*, che contiene ogni opposizione e, così contenendo, si pone quasi come originaria unità degli opposti; dall'altro l'ordine del tempo, dove ogni cosa si presenta come una “prevaricazione” sulle altre, che si incaricano di farle pagare il “fio” della sua “ingiustizia”, dissolvendola e facendola tornare nell'unità originaria dell'*apeiron* . Così ad esempio il giorno sopraggiunge prevaricando la notte, la quale si dissolve ma da cui sarà poi dissolto. Anassimandro viene ricordato anche per essere stato tra i primi ad aver elaborato una carta geografica del mondo allora conosciuto (la Terra era da lui concepita come un cilindro sospeso nel vuoto) ed aver inventato un orologio solare. Infine alcuni suoi frammenti lascerebbero intendere che l'uomo derivi dai pesci, per cui alcuni hanno visto in lui una sorta di precursore delle teorie evoluzionistiche.



TALETE DI MILETO (624-546 a.C. ca). La sua akmè fu fissata nel 585 a.C. dal cronologo Apollodoro (150 a.C.), il quale, per fissare le date prendeva come punto di riferimento l'impresa maggiore di un pensatore e la faceva coincidere col 40° anno di vita: l'impresa ritenuta più grande di Talete fu la predizione di una eclisse di Sole avvenuta appunto nel 585 a.C.; in base alla tradizione, poi, aveva settantotto anni quando morì.

Proclo (410-485 d.C.) nel suo Commento al primo libro degli Elementi di Euclide riferisce che Talete "...andò dapprima in Egitto e da qui introdusse lo studio della geometria in Grecia. Non solo fece egli stesso parecchie scoperte, ma insegnò ai suoi successori i principi che stavano alla base di molte altre, seguendo in alcuni casi un metodo più generale, in altri uno più empirico".

Gli antichi sono unanimi nel giudicare Talete un uomo di intelligenza fuori dal comune; era ritenuto un "discepolo degli egiziani e dei caldei".

Proclo attribuisce a Talete [quattro teoremi](#) oltre al Teorema di Talete (un angolo inscritto in un semicerchio è un angolo retto), ma una grande quantità di conoscenze matematiche erano già note ai babilonesi un millennio prima di Talete; l'importanza di Talete nella matematica è giustificata dal fatto che, probabilmente, ha dato qualche contributo alla organizzazione razionale della disciplina.

Secondo quanto ci racconta Aristotele, infine, Talete, come filosofo, per primo affermò l'esistenza di un principio (a proposito, la parola *principio* è di Anassimandro) universale, causa di tutte le cose che sono, e disse che questo principio è l'acqua.



- Un cerchio viene bisecato dal suo diametro
- Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono congruenti
- Le coppie di angoli al vertice formati da due rette che si intersecano sono congruenti
- Se due triangoli sono tali che due angoli e un lato di uno di essi siano uguali rispettivamente a due angoli e un lato dell'altro, i triangoli sono congruenti



Ebbe così inizio la lunga serie dei suoi viaggi che lo portarono a contatto delle maggiori civiltà e culture del suo tempo.

Come dice Ione da Chio "conobbe ed apprese il pensiero di tutti gli uomini". In Egitto avrebbe imparato la geometria, quindi, passato in Babilonia, diventò esperto di astrologia e astronomia, attingendo al tesoro di osservazioni astronomiche accumulate nel corso di molti secoli dai sacerdoti caldei. Si sarebbe anche perfezionato in medicina e musica, ma la vera maestra di saggezza e santità sarebbe stata l'India dove Pitagora arrivò per visitare i bramani.

Pitagora era contemporaneo di Buddha, Confucio e Lao-Tze.

La tradizione ci presenta quindi la figura di Pitagora come sintesi universale delle culture del suo tempo, in grado di riassumere in sé l'esperienza dell'intero genere umano.

I documenti dell'epoca sono infatti andati perduti e delle numerose biografie scritte nell'antichità, compresa una di Aristotele, non ce ne è rimasta alcuna.

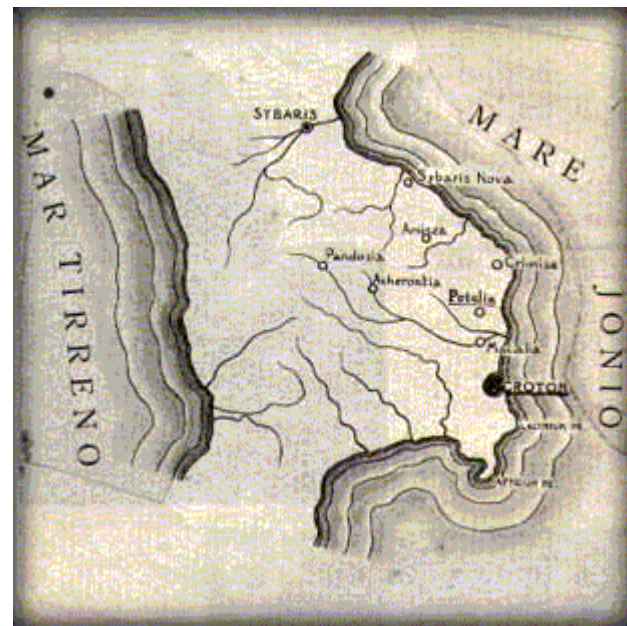
.....



Dopo tutti questi viaggi, ricco di tutto il sapere dei popoli, iniziato a tutte le forme di misteri, conoscitore profondo di uomini, istituzioni, usi e costumi, fece finalmente ritorno nell'isola di Samo. Qui, benché ammirato e stimato come eminentissimo sapiente, sembra che Pitagora trovò grosse difficoltà nell'intraprendere la sua opera di insegnamento e di riforme che si era prefisso come missione.

Fu così che, per la poca propensione ad apprendere dei suoi concittadini e per il clima refrattario dovuto alla tirannia cui era soggetta Samo (tiranno era Policrate, sfavorevole all'aristocrazia, nella quale Pitagora si identificava pienamente. Quello di Policrate non è un caso isolato: tutto il V secolo in Grecia (e non solo) è infatti una fase di passaggio da aristocrazia a democrazia; i tiranni infatti erano appoggiati dal popolo), Pitagora decise di spostarsi altrove e la scelta cadde sulla città di Crotona.

Sembra che sia sbarcato prima a Sibari e che poi abbia raggiunto Crotona, dove il suo arrivo fu visto come un evento voluto dagli dei.



A Crotona, dove fondò la sua scuola, incise molto sulla vita e i costumi di questa città, riformandone le istituzioni di governo e il culto, e introducendo un nuovo tipo di moneta con il caratteristico tripode, emblema della religione apollinea e quindi del carattere divino dell'uomo pitagorico. Ma gli ultimi tempi della sua permanenza a Crotona furono amareggiati dalla crescente ostilità nei confronti della sua scuola.

Probabilmente le cose andarono così:
l'influenza politica della scuola pitagorica era stata notevole e duratura e ciò non poteva, passati i primi entusiasmi, che generare invidia e rancore in coloro che ne erano stati esclusi, e delusione e malcontento in coloro che volevano governi più democratici o più tirannici. Il crotoniate Cilone, espulso dalla scuola, si fece capo di un partito anti-pitagorico che si rafforzò in occasione della guerra che portò alla distruzione di Sibari, allorché i pitagorici si opposero alla spartizione delle terre di conquista al popolo. Pitagora si allontanò allora da Crotona e si trasferì a Metaponto dove morì nel 496 a.C.



La figura di Pitagora rimane dunque oscura ed è così meglio parlare non dell'opera di Pitagora, ma piuttosto dei contributi dei Pitagorici, i membri della sua scuola.

Con i Pitagorici ci troviamo per la prima volta di fronte ad un'autentica scuola filosofica, sebbene molto arcaica e rudimentale. Per entrare a far parte della scuola bisognava essere sottoposti ad un rito di iniziazione, sicché, più che di una scuola, si tratta di una comunità filosofica, religiosa e politica (in certo senso si può anche parlare di "setta" religiosa) i cui membri conducevano vita comune e venivano iniziati.

Nella scuola l'insegnamento, originariamente, non era affidato allo scritto, ma era impartito oralmente. Inoltre, entrare a far parte della scuola era molto difficile e quando si entrava non vi era la libertà di agire a piacimento: per un po' di tempo si era, per così dire, Pitagorici "in prova", *acusmatici*, ossia ascoltatori di precetti che venivano impartiti senza che venisse mostrato il perché: gli *acusmatici* di loro non dicevano nulla, ma si limitavano ad imparare i precetti dei Pitagorici già maturi. Membri effettivi erano i *matematici* (da *manthàno*, apprendere) erano invece coloro che approfondivano la dottrina ed erano tenuti probabilmente al [segreto](#) più rigoroso su di essa. La scuola stessa era caratterizzata da una vita collettiva (con tanto di comunione dei beni), religiosa e politica, in cui i legami interni erano fortissimi. Le dottrine della scuola erano segrete e anche dopo la morte di Pitagora continuarono ad essere a lui attribuite le variazioni e le evoluzioni, immaginando che parlasse tramite la divinità: da qui nacque la famosa espressione *ipse dixit* ("l'ha detto lui in persona"), con la quale si indicava che ogni elaborazione non era altro che uno sviluppo delle dottrine del maestro Pitagora.



Aristotele (384 - 322 a.C.) parlava di "pitagorici primi" e cioè dei primi discepoli di Pitagora, e di "pitagorici secondi" e cioè di una generazione vissuta tra il V secolo ed i primi decenni del IV secolo: ma egli stesso non poteva essere preciso sulla determinazione delle dottrine dei primi e spesso, parlando di loro, vi accenna come ai "cosiddetti Pitagorici".

La piú antica scuola pitagorica elaborò una teoria dei *numeri* come principi di spiegazione della realtà: i Pitagorici notarono che tutte le cose sono caratterizzate dalla misurabilità, vale a dire che si possono misurare. E' [Aristotele che attribuisce ai Pitagorici](#) la dottrina secondo la quale i numeri costituiscono l'essenza di tutte le cose.

Accanto a questo aspetto scientifico, altre [dottrine](#) di origine religioso trovavano posto nella scuola, come quella della *metensomatosi*, cioè del passaggio dell'anima - immortale - da un corpo all'altro in successive incarnazioni, o come tutta la serie delle prescrizioni rituali che i pitagorici erano tenuti a rispettare (per esempio, non mangiare carni di animali ma cibarsi solo di vegetali, ad eccezione delle fave; non spezzare il pane; non camminare per vie frequentate; non aiutare uno a togliersi un peso, ma aiutare a caricarlo; non portare come sigillo in un anello l'immagine di un dio; sacrificare ed andare al tempio scalzi, ecc.): ma su questo secondo aspetto le testimonianze sono per lo piú molto tarde e spesso in contraddizione tra di loro.



Da Aristotele (*Metafisica*, I, 5) si conosce che:

I cosiddetti pitagorici avendo cominciato ad occuparsi di ricerche matematiche ed essendo grandemente progrediti in esse, furono condotti da questi loro studi ad assumere come principi di tutte le cose esistenti quelli di cui fanno uso le scienze matematiche. E poiché i primi che qui s'incontrano sono, per natura i numeri, sembrò loro di ravvisare in questi, molte più analogie con ciò che esiste e avviene nel mondo, di quante se ne possono trovare nel fuoco, nella terra e nell'acqua [...].



Per i pitagorici i [numeri](#) sono il principio di tutte le cose. Per 'numeri' si intendono solo i 'numeri naturali' intesi come collezioni di unità tutte uguali tra loro. Probabilmente queste unità erano pensate come punti forniti di realtà, di dimensioni e circondati da uno spazio vuoto (sono delle "monadi"). Mettendo insieme più punti-unità si raggiungeva, per i pitagorici, la sintesi tra numero e figura. Da qui il carattere simultaneamente aritmetico e geometrico della scienza pitagorica.

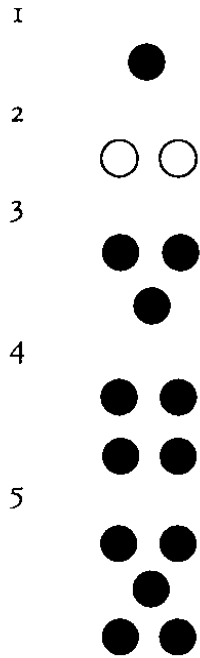
Partendo dal principio che tutti gli esseri sono composti di punti-unità segue che le leggi di formazione dei numeri costituiscono, in ultima analisi, le leggi di formazione del mondo che ci circonda. Nelle proprietà dei numeri vanno poi ricercate le ragioni del mondo fisico e spirituale.

Questa visione prevedeva che le linee fossero catene di punti [······], in numero enorme ma finito, mentre le superfici fossero un insieme di linee [:::.....].

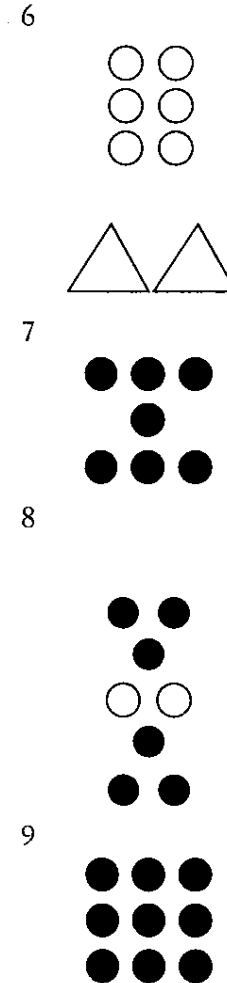
Conseguenza di ciò è che tutte le grandezze risultano tra loro commensurabili. Se si dispone, ad esempio di due segmenti si può sempre trovare un loro sottomultiplo comune che poi è il punto di cui entrambi sono costituiti. Se il primo segmento contiene m punti ed il secondo n , il rapporto m/n è un numero razionale, una coppia ordinata cioè di numeri naturali esprimenti rispettivamente quante volte quel sottomultiplo comune è contenuto nel primo e nel secondo segmento.

Ma fu proprio la scoperta del Teorema di Pitagora che mostrò qualcosa di 'scandaloso'....ne parleremo più avanti

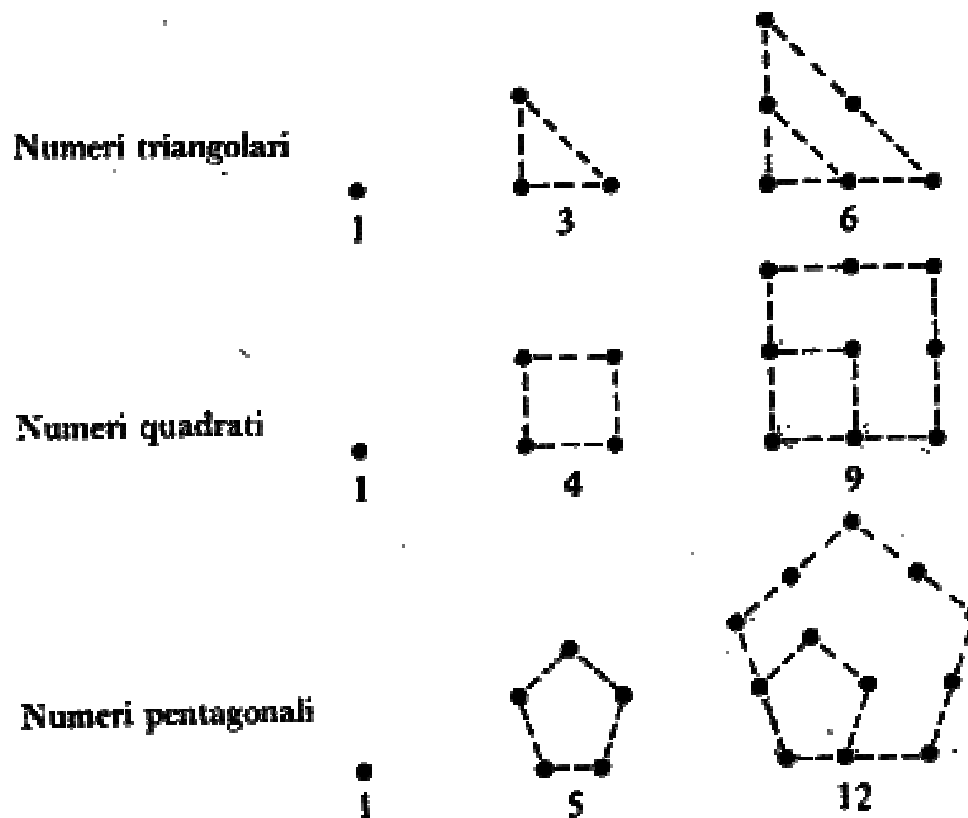




- 1 generatore di tutti i numeri, ragione
- 2 primo numero femminile, opinione
- 3 primo numero maschile, armonia
- 4 numero della giustizia o del castigo
- 5 simbolo del matrimonio 2+3
- 6 simbolo del matrimonio stabile 2x3
- 7 simbolo della saggezza e dell'opportunità



Particolarmente interessante è poi l'immagine geometrica dei numeri che i pitagorici rappresentavano, partendo dall'unità, con particolari figure. In questo modo classificavano i numeri triangolari, quadrati, pentagonali, esagonali....

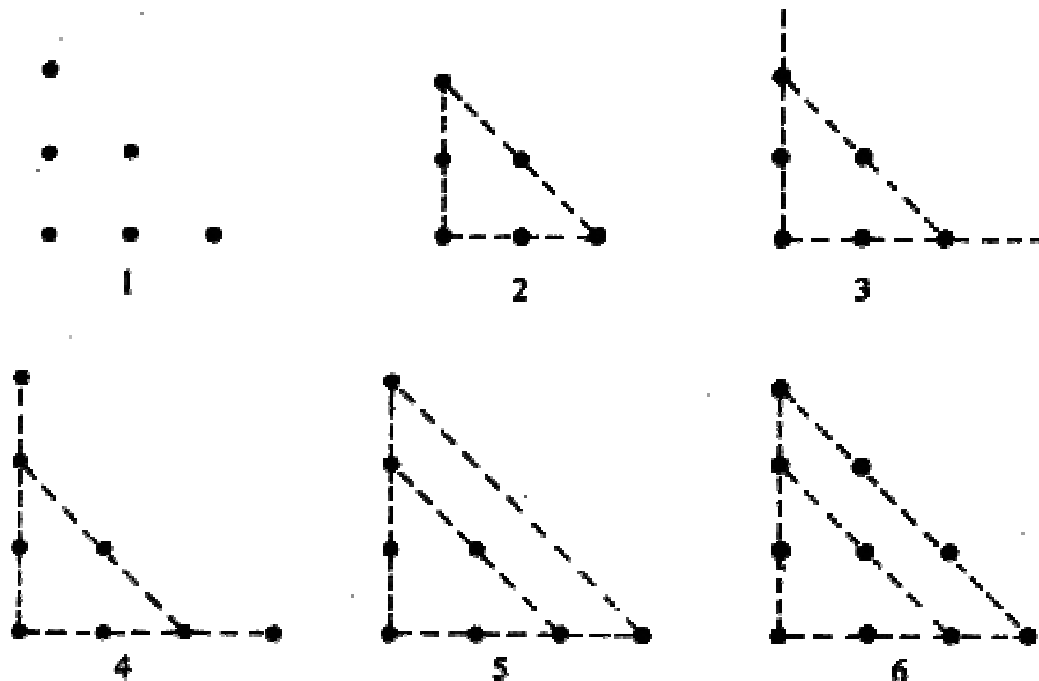


La [tecnica di costruzione](#) di nuovi numeri è semplice.

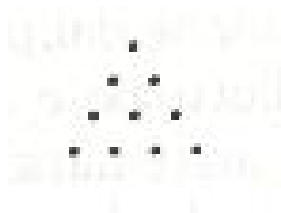


Ciascun numero figurato successivo al secondo, viene costruito nel seguente modo:

- 1) è dato un numero figurato
- 2) si connettono i punti consecutivi sul bordo del poligono;
- 3) si sceglie un vertice e si prolungano i due lati che si intersecano in questo vertice;
- 4) si aggiunge un punto alla fine di questi prolungamenti;
- 5) si disegna un poligono regolare a partire da questi prolungamenti;
- 6) si disegna su ciascun lato del nuovo poligono un numero di punti uguale al numero dei punti che si trovano sui lati prolungati.



Di grande simpatia godeva anche il 10, che rappresentava tutti gli altri insieme, inoltre esso era una sorta di compendio dell'intero universo ed è rappresentabile sotto la forma chiamata τετρακτυς (letteralmente significa "gruppo di quattro").



Infatti, la "tetrattide" (τετρακτυς) compendiate in sé l'universo (l'1 è il punto, il 2 la linea, il 3 la superficie, il 4 il solido: $1+2+3+4=10$). La tetrattide rappresenta quindi la successione delle tre dimensioni che caratterizzano l'universo fisico. Queste considerazioni mostrano come per i Pitagorici ciascun numero è dotato di una propria individualità e pertanto non tutti i numeri si equivalgono come importanza. I numeri costituiscono una gerarchia di valore e alcuni numeri sono elevati a simboli di altre entità, fisiche o concettuali: è il caso della giustizia, rappresentata dal 4. Questa trama di corrispondenze simboliche tra numeri e cose è chiamata dai moderni "mistica del numero". È la conoscenza di questo complesso universo di relazioni tra numeri e cose che costituiva per i Pitagorici il vertice dell'apprendimento.

Tra i numeri esistono *λογοι*, ossia *rapporti* e tra i rapporti è possibile rintracciare una *proporzione* (in greco *αναλογια*), ossia uguaglianze di rapporti .

Soprattutto [Archita di Taranto](#) sembra essersi dedicato allo studio di esse e scrisse un libro, del quale ci sono stati tramandati [frammenti](#).

I rapporti e le proporzioni si manifestano soprattutto [nell'ambito musicale](#), dove è centrale la nozione di armonia.



Poiché anche i corpi celesti compiono con i loro movimenti percorsi regolari, esprimibili numericamente, i Pitagorici giungono a sostenere l'esistenza di un'armonia delle sfere celesti, non afferrabile dall'occhio umano. E' ancora [Aristotele che testimonia tale pensiero dei Pitagorici](#) e la loro [cosmologia](#).

Troviamo traccia della teoria pitagorica in varie opere: ad esempio Platone nella *Repubblica* fa sua la teoria di origine pitagorica nel [mito di Er](#): le otto sfere celesti ruotano tramite un fuso, tenuto sulle ginocchia da Ananke (Necessità); otto Sirene, in corrispondenza delle otto sfere e del loro movimento, producono otto diverse note musicali.

Nel *Sogno di Scipione*, di Marco Tullio Cicerone (106-43 a.C.), Scipione Emiliano, riunito con amici nella sua villa, racconta di un suo sogno di vent'anni prima, all'epoca della terza guerra punica (149-146 a.C.). Durante il sogno il nonno adottivo, Scipione Africano, gli svela il luogo celeste-stellare nello spazio cosmico dove confluiscono le anime dei defunti e [spiega l'origine e l'armonia della musica](#) prodotta dal movimento di rotazione delle sfere celesti.

Ma numero e proporzione dominano non solo su questa scala cosmica, ma anche all'interno del mondo umano. Essi sono all'occhio dei Pitagorici lo strumento fondamentale per far cessare la discordia tra gli uomini e instaurare l'armonia tra essi, nei loro rapporti economici e politici, attribuendo a ciascuno secondo la proporzione geometrica ciò che gli è dovuto in rapporto al suo valore e non a tutti lo stesso. Risalta anche qui l'orientamento aristocratico dei Pitagorici: per avere armonia ci deve essere annullamento tra gli opposti.



I pitagorici svilupparono molte ricerche sperimentali in campo musicale. Con corde tese di uguale lunghezza e con un cuneo che le fissava in un dato punto situato tra le estremità, si conseguirono risultati che gettarono le basi della musica.

Furono scoperti i tre accordi fondamentali di ottava, di quinta e di quarta e, di seguito, tutti gli altri. I rapporti, tra le lunghezze delle parti di corda a destra ed a sinistra del cuneo, trovati nei tre casi erano rispettivamente: 1:2 ; 2:3 ; 3:4, cioè i numeri della tetrattide.

Allorché si studiarono altri intervalli musicali si scoprirono altre relazioni che toccavano questioni correlate con le medie, molto care ai pitagorici. Se si fanno vibrare tre corde con lunghezze proporzionali ai numeri 1 ; 4/5 ; 2/3 non solo si ha l'accordo perfetto maggiore (do, mi, sol) ma si riconosce subito che quei tre numeri (riducibili agli interi 15; 12; 10) formano una successione nota in aritmetica e detta da Filolao terna armonica poiché il termine centrale è medio armonico tra gli altri due: media armonica $b = 2ac/(a+c)$.

Sorprendentemente la stessa media armonica appare nel cubo, dato che questo solido ha sei facce, 8 angoloidi, e 12 spigoli e "8 è medio armonico tra 6 e 12".

Analogamente le lunghezze delle corde dell'accordo perfetto minore risultano essere 4; 5; e 6; formano cioè una progressione aritmetica con il 5 medio aritmetico tra gli altri due numeri: media aritmetica $b = (a+c)/2$.



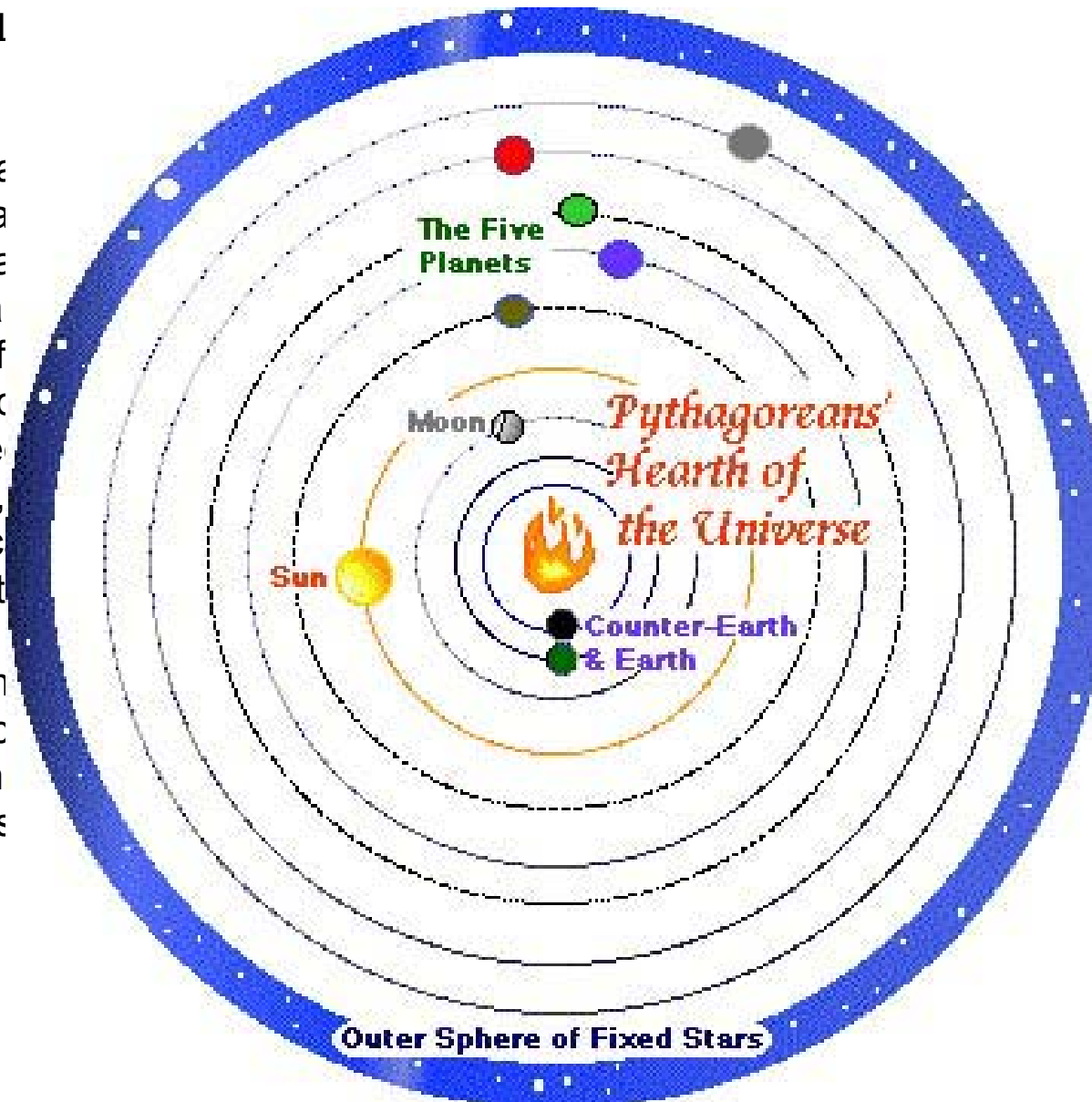
Da Aristotele (*Metafisica*, I, 5) si conosce che:

Avendo poi riconosciuto che le proprietà e le relazioni delle armonie musicali corrispondono a rapporti numerici, e che in altri fenomeni naturali si riscontrano analoghe corrispondenze coi numeri furono tanto più indotti ad ammettere che i numeri siano gli elementi di tutte le cose esistenti e che tutto il cielo sia proporzione ed armonia.



ARISTOTELE

“Per i più la
Il contrario è
che la Terra
da' origine è
ch'essi chia
e questo aff
ma sforzanc
opinioni pre
E molti altri,
se non cerc
discorsi, si t
perché essi
il posto di m
e che il fuoc
e gli estrem
ed estremi s



è il **Fuoco**,
a seconda terra
loro ragioni e
tuttosto che nei
nel centro;

dello cosmogonico



Filolao di Crotone, (? – 390 a.C.), si interessò di scienza, specialmente astronomia e matematica. Dal punto di vista filosofico-matematico sosteneva che la pensabilità del mondo reale dipendesse dal numero, inteso come illimitato (il *pari*), come limite (il *dispari*), e dal *parimpari*, costituito dall'armonizzazione implicita nella loro unità. Alla domanda se la realtà sia infinita o finita, Archita afferma che sia contemporaneamente illimitata e limitante; la ragione è che qualora la realtà fosse completamente illimitata, si trasformerebbe in qualcosa d'impensabile e d'inconoscibile per noi, mentre qualora la realtà fosse assolutamente limitata, si ipotizzerebbe l'esistenza di uno scarto al di là della limitazione costituita dallo spazio. L'interpretazione del mondo presuppone allora una sua limitazione, cioè una trasformazione in concetti astratti (matematici).

In prospettiva astronomica Filolao fu promotore della rivoluzionaria ipotesi del moto della Terra, riteneva che l'influenza predominante nell'universo doveva provenire dal suo punto centrale e che la Terra non può trovarsi al centro perché essa non esercita tale influenza predominante. La Terra quindi ruota attorno ad un centro, che non era occupato dal Sole, ma da un fuoco centrale "sede di Zeus" dove risiede il principio dell'attività cosmica. Il fuoco centrale è nascosto ai nostri occhi dalla massa della Terra stessa, la quale è sempre rivolta dalla parte opposta. Per compiere un giro attorno al fuoco centrale la Terra doveva impiegare un giorno: ecco spiegato il motivo per cui si ha il succedersi del giorno e della notte, come pure la rivoluzione apparente diurna di tutti gli astri.

Per Filolao il Sole non era un corpo che emetteva luce da sé. Infatti il fuoco centrale avrebbe dovuto essere l'unico focolare di attività presente nell'universo. Il Sole era semplicemente un corpo vitreo e poroso che assorbiva la luce dal fuoco centrale e la rendeva visibile a noi.

Oltre al Sole e alla Terra, anche la Luna e gli altri pianeti giravano attorno al focolare dell'universo.

Questa teoria, pur essendo molto fantasiosa, possedeva il pregio di mettere in evidenza il moto della Terra. La Terra non è immobile e la sua rotazione attorno ad un centro determina il moto apparente della sfera celeste in senso opposto. Si potrebbe affermare che Filolao fu il primo anticipatore delle idee di Copernico.

Elaborò un trattato *Sulla natura*, del quale non ci sono rimasti che scarse prove frammentarie.



...S'ammira anche la cura che ebbero a tener segrete le loro dottrine. Perché in tante generazioni fino a [Filolao](#) nessuno conobbe memorie di Pitagorici: fu Filolao il primo a divulgare i tre libri famosi, di cui si dice che furono acquistati per cento mine da Dione siracusano per incarico di Platone, quando Filolao si trovò in dura e grave povertà. Filolao faceva parte della setta dei Pitagorici, e per questo aveva potuto avere i libri.

Giamblico, *Vita pitagorica*



...Fui preso da meraviglia all'osservazione di tutte queste cose, e quando mi ripresi dallo stupore dissi: "Che cos'è? Che musica è questa, così intensa e così piacevole, che riempie le mie orecchie?"

Egli rispose: "E' quella prodotta dall'energia che muove le sfere stesse, composta da note emesse ad intervalli ineguali, ma tuttavia distribuiti ciascuno sulla base di un rapporto razionale; ne deriva una precisa varietà di armonie, nelle quali i toni alti si mescolano a quelli gravi. Non sarebbe possibile, del resto, che movimenti così ampi si verificassero in silenzio, ed è la natura che fa sì che le sfere estreme producano le une suoni gravi, le altre suoni acuti..."

Uomini dotti, imitando questo meccanismo con gli strumenti a corda e con il canto, si garantirono così il ritorno in questo luogo".



Il mito di Er è posto al termine della *Repubblica*.

Er è un soldato valoroso, proveniente dalla Panfilia (una regione mediterranea dell'Asia Minore), che, caduto in battaglia, dopo dieci giorni viene ritrovato intatto fra i cadaveri putrefatti. Dopo altri due giorni, messo sul rogo per essere cremato, ritorna in vita, con la memoria del mondo dell'aldilà, e narra qualcosa di simile ad una esperienza di pre-morte.

Una volta uscita dal suo corpo - racconta Er - la sua anima si era messa in cammino con molte altre, finché non era giunta in un luogo *daimonion* (meraviglioso, divino). Qui c'erano due coppie di voragini contigue, una in cielo e l'altra in terra, e in mezzo sedevano i giudici delle anime. Questi, pronunciato il giudizio, ponevano al collo dei giusti e alle spalle degli ingiusti i segni della sentenza, e ordinavano ai primi di salire a destra e in alto e ai secondi di scendere a sinistra in basso. Quando Er si era presentato, i giudici gli avevano ingiunto di ascoltare e guardare tutto quello che succedeva, per poterlo raccontare.

Dalla voragine celeste a sinistra e dalla voragine terrestre a destra uscivano altre anime, le une pure e le altre sporche e impolverate, reduci da un viaggio di mille anni in cielo o sottoterra. Il viaggio sotterraneo era un viaggio di espiazione, nel quale ogni ingiustizia commessa in vita veniva pagata con dolori dieci volte tanti quanti quelli provocati. Con una misura analoga le azioni giuste venivano compensate.

Tutti i castighi sono temporanei, tranne quelli riservati ai tiranni. Er racconta di aver udito un'anima chiedere a un'altra dove fosse il grande Ardio, che mille anni fa era stato tiranno di una città della Pamfilia. Ardio - le viene risposto - non è venuto e non tornerà mai più. Quando i tiranni, o qualche privato che si è macchiato di un delitto gravissimo, tentano di uscire dalla bocca della voragine, essa emette un muggito. A questo segnale, i tiranni vengono presi, scorticati e trascinati al Tartaro.



Dopo sette giorni di permanenza in quel luogo, le anime furono fatte camminare per quattro giorni, finché non giunsero in vista di una luce simile all'arcobaleno, che teneva insieme tutta la circonferenza del cielo. Alle estremità è sospeso il fuso di Ananke, la divinità che rappresenta la necessità o il destino ineluttabile, per il quale girano tutte le sfere. Il fusaiolo, che è il contrappeso che mantiene a piombo il fuso, è formato da otto vasi concentrici, messi uno dentro l'altro, e ruotanti in direzioni opposte sull'asse del fuso. Su ogni cerchio sta una Sirena, che emette un'unica nota, e le diverse Sirene tutte insieme producono ruotando un'armonia. Gli otto fusaioli rappresentano gli otto cieli concentrici della cosmologia antica, nell'ordine pitagorico: stelle fisse, Saturno, Giove, Marte, Venere, Sole e Luna.

Il fuso gira sulle ginocchia di Ananke. Le tre *Moirai*, o, latinamente, Parche, siedono in cerchio su tre troni a uguale distanza. Le *Moirai* - le divinità della *moira* - sono figlie di Ananke: Cloto, la filatrice, canta il presente, Lachesi, la distributrice, il passato, e Atropo, colei che non può essere dissuasa, l'avvenire.

Appena le anime giunsero in questo luogo, un araldo le mise in fila per presentarle a Lachesi. Quindi, prese dalle ginocchia della Moira delle sorti e dei modelli di vita, annunciò:

Parole della vergine Lachesi, figlia di Ananke: anime, che vivete solo un giorno comincia per voi un altro periodo di generazione mortale, portatrice di morte. Non vi otterrà in sorte un daimon, ma sarete voi a scegliere il daimon. E chi viene sorteggiato per primo scelga per primo una vita, cui sarà necessariamente congiunto. La virtù è senza padrone e ciascuno ne avrà di più o di meno a seconda che la onori o la spregi. La responsabilità è di chi sceglie; il dio (theos) non è responsabile.



Nella mitologia greca, il daimon è la creatura divina che presiede alla sorte di ciascuno. Ma in questo racconto, quello che siamo - dichiara l'araldo - dipende essenzialmente dalle scelte che facciamo.

Viene sorteggiato l'ordine della scelta delle anime, e viene loro proposta una grandissima quantità di paradigmi di vita: vite di animali, di uomini, di donne, di tiranni, di successo o fallimentari, di persone oscure o insigni.

Er racconta anche alcune scelte fatte dalle anime. Dopo la scelta, le anime si presentano a Lachesi, dalla quale ciascuna ottiene il daimon che si è preso, perché gli sia custode e adempia quello che ha scelto. Questo guida l'anima da Cloto, a confermare sotto il giro del fuso il suo destino, e poi da Atropo a renderlo inalterabile, e quindi, dal trono di Ananke, verso la pianura del Lete, afosa e senza alberi. Alla fine della giornata le anime si accampano sulla riva del fiume Amelete, la cui acqua non può essere contenuta da nessun vaso.

Tutti - tranne Er - vennero obbligati a bere quell'acqua, che faceva dimenticare. Poi le anime si addormentarono e, a mezzanotte, con un terremoto, furono lanciate nell'avventura del nascere. Er, che non aveva bevuto l'acqua del Lete, si era svegliato sulla pira funeraria, con la memoria del suo mito.



Ci sono tre medie proporzionali nella musica: la prima è quella aritmetica, la seconda è quella geometrica, la terza è quella subcontraria, detta armonica.

La media aritmetica si ha quando tre termini si susseguono superandosi l'un l'altro di una medesima quantità: e cioè, di quanto il primo supera il secondo, di tanto il secondo supera il terzo.

$$a-b = b-c$$

La media geometrica si ha quando i termini stanno in questo modo: come il primo sta al secondo, così il secondo sta al terzo.

$$a:b = b:c$$

La media subcontraria, che diciamo armonica, si ha quando i termini stanno così: di quanta parte di sé il primo termine supera il secondo, di altrettanta parte del terzo il secondo supera il terzo.

$$(a-b):a = (b-c):c$$



I "versi aurei" costituiscono l'essenza dell'insegnamento Pitagorico; essi non sono direttamente riferibili al filosofo, ma costituiscono una "summa" dei dogmi della "scuola italica", messa per iscritto dai Pitagorici che seguirono la via del maestro dopo la morte di quest'ultimo, per istruire coloro che sarebbero venuti dopo di loro.

Questi principi erano l'unico strumento che consentiva agli adepti di seguire la via divina e di elevare lo spirito, essenza suprema di ciascun individuo, fino al raggiungimento dell' "estinzione delle sofferenze terrene"



A tutti gli studenti è noto il Teorema di Pitagora: “In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull’ipotenusa equivale alla somma dei quadrati costruiti sui cateti”.

Tale teorema probabilmente era conosciuto già dai [Babilonesi](#) e ai [Cinesi](#); a Pitagora è attribuito il merito di averne data una [dimostrazione](#), alla sua scuola di aver investigato sulle [terne pitagoriche](#).

Secondo la tradizione, tuttavia, questo stesso teorema doveva essere la causa della distruzione della dottrina pitagorica e, sempre secondo la tradizione, propagatore della scoperta fu Ippaso di Metaponto.

Quella che segue è la rilettura dell’episodio della scoperta.



Una dimostrazione attribuita a Pitagora



I due quadrati sono equivalenti. L'area del quadrato azzurro equivale alla somma delle aree dei due quadrati verdi. I quadrati verdi hanno, rispettivamente, come lati i cateti dei triangoli gialli rappresentati nelle due figure. Se consideriamo dunque come figura base uno dei triangoli gialli, potremo affermare che "Il quadrato costruito sull'ipotenusa equivale alla somma dei quadrati costruiti sui cateti"



La prima testimonianza nota relativa al teorema di Pitagora è contenuta in una tavoletta paleobabilonese, databile tra il 1800 e il 1600 a. C., in cui è disegnato un quadrato con le due diagonali. Il lato del quadrato porta il numero 30, lungo la diagonale troviamo i numeri (in notazione sessagesimale) $1;24,51,10$, cioè $1+24/60+51/60^2+10/60^3$, e $42;25,35$, ovvero $42+25/60+35/60^2$, che riportati in forma decimale danno 1,414213 e 42,42639. Il primo è un'ottima approssimazione della radice di 2; il secondo è la diagonale del quadrato di lato 30, ed è uguale al prodotto di 30 per il primo numero. Il fatto che la diagonale del quadrato si ottenga moltiplicando il suo lato per la radice di 2 denota la conoscenza del teorema di Pitagora, almeno nel caso del triangolo con i cateti uguali.



tavoletta babilonese, databile tra il 1800 e il 1600 a. C., conservata a Yale (n.7289)



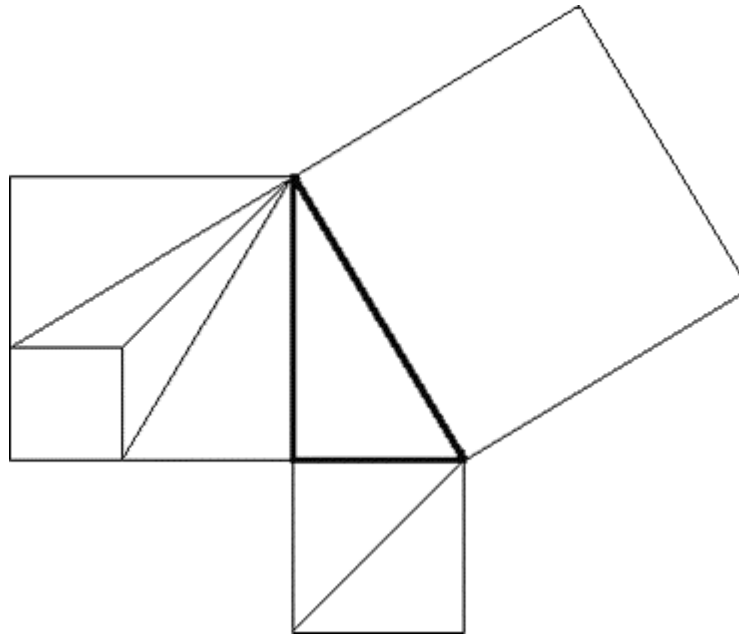


le prime citazioni del "Teorema di Pitagora" si trovano in una tavoletta babilonese conosciuta come PLIMPTON 322 (Plimpton Collection, Columbia University) e datata 1900-1600 a. C. circa. In questa tavoletta appaiono terne pitagoriche.



Una dimostrazione attribuita a Liu Hui (Cina, III sec. a. C.)

Con i 7 pezzi che compongono i quadrati costruiti sui cateti puoi costruire un quadrato uguale a quello costruito sull'ipotenusa.



Costruzione: ecco come suddividere il quadrato costruito sul cateto maggiore:

- 1) si traccia il segmento simmetrico dell'ipotenusa rispetto al cateto maggiore
- 2) si traccia il quadrato piccolo
- 3) si traccia la diagonale del quadrato grande
- 4) si traccia quindi l'ultimo segmento



Gli uomini erano seduti sulla spiaggia. Il sole era prossimo al tramonto e le ombre si allungavano sulla sabbia dorata. Intorno, a poca distanza, altri uomini, più giovani, osservavano in silenzio: erano i cosiddetti acusmatici, cui era concesso di assistere alle riunioni dei mathematici, dovendo però limitarsi ad ascoltare: per nessuna ragione avrebbero dovuto prendere la parola.

Il più anziano si alzò. Aveva una lunga, ieratica barba candida.

“Eletti fratelli, ricordiamo dunque gli insegnamenti del nostro grande maestro Pitagora!”, disse con voce chiara e solenne.

Il vecchio tornò a sedersi e tutti i presenti sollevarono il braccio destro; scandendo le parole, pronunciarono insieme la formula che quasi liturgicamente apriva le loro riunioni: “Ogni cosa è numero. Egli stesso lo disse!”.

Ippaso era seduto a pochi metri di distanza dal vegliardo.

Con un cenno della mano chiese la parola.

“O anziano fratello, desidero sottoporre alla tua saggezza e alla sapienza degli eletti fratelli qui riuniti un problema che da qualche giorno mi inquieta”, disse Ippaso.

La voce dell'interpellato tradì una punta di sarcasmo:

“Quale grande sventura turba dunque i tuoi sonni, Ippaso?”.

“Il grande Pitagora affermò che ogni cosa è composta da punti. Il nome di questi punti è monadi.”, disse Ippaso. E subito si affrettò ad aggiungere la frase rituale: “Egli stesso lo disse”.



L'esordio di Ippaso non destò molto interesse: il fratello di Metaponto stava infatti ricordando cose che tutti i membri della Scuola già conoscevano benissimo. L'uomo con la barba bianca sorrise educatamente, ma non pronunciò alcuna parola. Soltanto lo sciabordare delle onde aveva accompagnato l'esordio di Ippaso.

“Da ciò possiamo dedurre”, proseguì, “che ogni coppia di segmenti ammette un rapporto espresso dal rapporto di due numeri interi”.

Risuonò stridula la voce di un fratello:

“Ma ciò che tu dici, Ippaso, è del tutto evidente: se il primo segmento è costituito da m monadi e il secondo da n monadi, il rapporto di questi due segmenti sarà quello delle loro monadi, $m:n$ ”.

“Egli stesso lo disse, egli stesso”, concluse Ippaso con voce sommessa, quasi parlando tra sé.

Subito, però, si riscosse: e continuò, rivolto all'uomo con la barba bianca:

“O anziano fratello, degnati ora di considerare la diagonale ed il lato di uno stesso quadrato. Essi siano costituiti rispettivamente da m monadi e da n monadi; il loro rapporto può dunque essere scritto $m:n$. Ma questo rapporto potrebbe essere semplificabile; operiamo allora ogni possibile semplificazione e scriviamo tale rapporto, ridotto finalmente ai minimi termini, nella forma $a:b$. Essendo i due segmenti il cateto e l'ipotenusa di uno stesso triangolo rettangolo isoscele, affermiamo, senza alcun timore di essere smentiti, che risulta $a^2=2b^2$ ”.



Ippaso aveva applicato il celebre Teorema del Maestro: tutti ora ascoltavano con attenzione.

“Eletti fratelli, a^2 , essendo uguale a $2b^2$, è un numero pari. Pertanto, anche a deve essere un numero pari, giacché il quadrato di un numero dispari sarebbe dispari”.

La voce di Ippaso lasciava trasparire una lieve inquietudine. Egli si guardava intorno muovendo la testa a scatti, nervosamente. Proseguì:

“Ricordate? Avevamo affermato che il rapporto $a:b$ era ridotto ai minimi termini; dunque il numero b deve essere dispari, altrimenti a e b avrebbero in comune il fattore 2”.

Dopo un attimo di silenzio, il vecchio disse con voce grave:

“Continua, fratello!”.

“Avevamo anche stabilito che a è un numero pari, ovvero che $a=2c$. Da ciò segue che $a^2=4c^2$. Ma era $a^2=2b^2$ e dunque possiamo affermare che $4c^2=2b^2$ ovvero che $b^2=2c^2$. E se b^2 è pari, allora è un numero pari anche b ”.

Visibilmente emozionato, ma risoluto, Ippaso balzò in piedi e concluse: “Capite, eletti fratelli? Poco fa avevo affermato che b deve essere un numero dispari. Ora sono costretto ad ammettere che lo stesso b deve essere un numero... pari!”.

Un improvviso brusio di stupore si levò dagli uomini seduti intorno ad Ippaso. Il vecchio stringeva nervosamente la lunga barba bianca; non pronunciò alcuna parola. Il suo sguardo era preoccupato.



“Tutto ciò è molto strano, vero fratelli?” riprese Ippaso. “Ora ditemi: può forse esistere un numero che sia contemporaneamente pari e dispari? Sappiamo tutti che ciò non è possibile! E allora, per quale motivo il mio ragionamento è approdato ad una conclusione così assurda? Non ci resta che ammettere, fratelli, che erano altrettanto assurdi i miei presupposti; ovvero che era contro ragione attribuire al rapporto delle diagonale e del lato di uno stesso quadrato il rapporto di due numeri interi!”.

Il sole era ormai tramontato.

I bagliori dei fuochi accesi dagli acusmatici rischiaravano la spiaggia.

La voce di Ippaso si era fatta roca; era impallidito, la fronte imperlata di sudore. Quasi balbettando disse:


“Fratelli, dobbiamo ammettere l'impossibilità che quei due segmenti siano costituiti...”.
Qualche istante, interminabile, di silenzio. Ippaso abbassò ancora la voce: “Che siano costituiti da monadi”.

Anche l'uomo con la barba bianca si alzò, di scatto.

Spalancò le braccia e gridò:

“Taci, Ippaso, non osare! Ah, non pronunciare quelle parole maledette!”.



The background of the slide is a dark, atmospheric image of a night sky. A full moon is visible in the upper left quadrant, partially obscured by dark, swirling clouds. Below the sky, the surface of the sea is visible, with white-capped waves breaking under the moonlight. The overall color palette is dominated by deep blues, blacks, and greys, with the white of the moon and the white foam of the waves providing contrast.

I due erano in piedi, l'uno di fronte all'altro. Lo sguardo del vecchio era infuocato; la voce cupa, terribile; scandendo le parole, disse: "Tu conosci, Ippaso di Metaponto, la sorte riservata ai traditori".

In preda al terrore Ippaso si coprì il volto con la veste e fuggì, correndo disordinatamente.

Alcuni fratelli accennarono ad inseguirlo, ma furono fermati da un imperioso cenno dell'uomo con la barba bianca. Egli disse: "Non serve: tornerà".

E guardando verso il mare, quasi invisibile in quella notte senza luna, ripeté, sottovoce: "Tornerà. O saranno gli dei a trovarlo".



I diagrammi dei numeri quadrati mostrano che per ottenere dal n-esimo numero quadrato l'(n + 1)-esimo numero quadrato bisogna aggiungere una riga di n monadi sotto, una colonna di n punti a destra e una singola monade nell'angolo

Così l'(n + 1) -esimo numero quadrato è più grande dell'n-esimo di $2n + 1$, ossia:

$$(n + 1)^2 = n^2 + (2n + 1) \quad *$$

Se $2n + 1$ è un numero quadrato ($2n + 1 = m^2$) compare una terna pitagorica:

$$(n + 1)^2 = n^2 + m^2$$

$$n^2 + 2n + 1 = n^2 + m^2$$

$$n = (m^2 - 1) / 2$$

Da ciò deriva che

$$n + 1 = [(m^2 - 1) / 2] + 1$$

$$n + 1 = (m^2 - 1 + 2) / 2$$

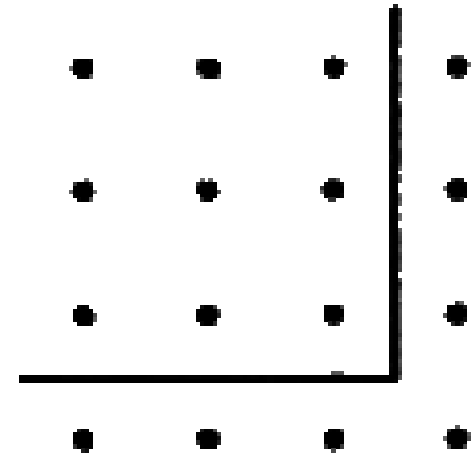
$$n + 1 = (m^2 + 1) / 2$$

e da qui se, come detto sopra*,

$$(n + 1)^2 = n^2 + (2n + 1),$$

$$[(m^2 + 1) / 2]^2 = [(m^2 - 1) / 2]^2 + m^2$$

dove se ad m si assegnano numeri dispari si avranno terne pitagoriche, mentre i pari danno frazioni.



Archita di Taranto (428 – 365 a.C.), allievo di Filolao, aveva un culto fanatico del numero.

Governò la città con poteri assoluti, ma con giustizia e moderazione, ritenendo che la ragione fosse l'unica forza capace di realizzare un miglioramento sociale. Venne eletto generale per molti anni e non subì mai una sconfitta.

Era di animo gentile e amava i bambini per i quali avrebbe costruito alcuni giochi.

Si interessò alla musica, convinto che questa arte dovesse svolgere un ruolo più importante della letteratura nell'educazione dei fanciulli. A lui viene attribuita la designazione delle quattro materie del quadrivio: aritmetica (o numeri immobili), geometria (o grandezze immobili), musica (o numeri in movimento) e astronomia (o grandezze in movimento).

A lui viene attribuito anche il procedimento per l'estrazione della radice quadrata di un numero, ma tale procedimento risale al periodo babilonese antico, come dimostra una tavoletta conservata a Yale (n. 7289) nella quale è calcolato il valore di $\sqrt{2}$ come 1;24,51,10, corrispondente al valore 1,414213 (la vostra calcolatrice fornisce come risposta 1,414213562...).

Il risultato più notevole raggiunto da Archita fu una soluzione (tridimensionale) del [problema di Delo](#).



Il 429 a.C. è l'anno della peste ad Atene (e della morte di Pericle): la tradizione riferisce che il contagio eliminò un quarto della popolazione ateniese.

Una delegazione venne allora inviata all'oracolo di Apollo a Delo per interrogarlo sul modo di allontanare la peste e l'oracolo rispose che si doveva raddoppiare l'altare cubico di Apollo.

Gli Ateniesi avrebbero raddoppiato le dimensioni dell'altare, aumentandone così di otto volte il volume e avendo scarsi risultati per quanto riguarda la peste.

Questa fu l'origine del problema della duplicazione del cubo: "dato il lato di un cubo, costruire servendosi solo di riga e compasso, il lato di un secondo cubo il cui volume sia doppio del primo".

Questo problema, assieme a quello della "quadratura del cerchio" e a quello della "trisezione di un angolo" da allora sono noti come i "tre problemi classici".

Dopo 2200 anni doveva essere dimostrato che questi tre problemi non erano risolvibili usando solo riga e compasso.



Venera innanzitutto gli Dei immortali e serba il giuramento;
onora poi i radiosi eroi divinificati e ai demoni sotterranei offri secondo il rito;
onora anche i genitori e a te chi per sangue sia più vicino;
degli altri, fatti amico chi per virtù è il migliore, imitandolo nel parlare con calma e nelle azioni utili.
Non adirarti con un amico per una sua colpa lieve, finché tu lo possa;
approfondisci lo studio di queste cose e queste altre domina: il ventre anzitutto e così pure sonno, sesso e collera;
non far cosa che sia turpe in faccia ad altri o a te stesso, ma, soprattutto, rispetta te stesso;
poi, esercita la giustizia con le opere e la parola;
in ogni cosa, di agir senza riflettere perdi l'abitudine;
considera che per tutti è destino morire;
delle ricchezze e degli onori accetta ora il venire, ora il dipartirsi;
di quei mali, che per demoniaco destino toccano ai mortali, con animo calmo, senz'ira sopporta la tua parte pur alleviandoli, per quanto ti è dato: e ricordati che non estremi sono quelli riservati dalla Moira al saggio;
il parlare degli uomini può essere buono o cattivo; che esso non ti turbi, non permettere che ti distolga.
E se mai venisse detta falsità, ad essa calmo opponiti.

